＜研究ノート＞

ソローモデルと労働価値説

金　江　　　亮

はじめに

マルクス経済学では，利潤率の傾向的低下の法則にしろ，拡大再生産表式にしろ，直接間接に投下された労働量である価値の次元で扱う。もちろん，価値と価格は一般には一致しないがいわば「だいたい同じ」とみて，価値で考える。それに対し，近代経済学では，そもそも労働は生産関数の一つの生産要素として，資本や土地などと特に特別扱いせずに扱われる。もちろん，人的資本の蓄積など，内生的成長論の観点で，重視されることはあるが，マルクス経済学ほどには労働を，特に価値を重視していないどころか，そもそも価値の方程式が出てくることもない。

しかし，数ある新古典派のモデルは原理的にはすべて，労働投入があるならば価値を論ずることができるはずである。[i)]

本稿では，最も基本的な新古典派成長論モデルであるソローモデルにおいて，資本蓄積の黄金律を満たす状態において労働価値説が成り立つことを示し，最後にその経済学的意味について論ずる。

なお，大西[2020]では労働価値説を，労働投入と生産物の間の比例性とい

i)　金江亮[2013]第10章では，生産で資本のみが投じられ，労働投入が無い場合には価値が0になるなど，労働価値説が成立しないケースが扱われている。もっとも，労働が唯一の本源的生産要素ということも，労働価値説の主張であるから，仮定自体が不成立と捉えるか，あるいはこのケースの場合の資本は，広い意味での人的資本と捉えて，直接間接の資本投入量を労働投入量としてとらえる必要がある。

キーワード：労働価値説，ソローモデル，コブ・ダグラス型，価値，資本蓄積の黄金律

う意味で用いているが，本稿では，財を生産するのに直接間接に必要な投下労働量を価値とし，諸財の間の価値と価格の比率が等しい，つまり相対価値と相対価格が等しい状態を労働価値説が成立している，という意味で用いている。

ソローモデル

ソローモデルは，資本と労働を投入して最終生産物を産出し，その最終生産物を，消費と投資に配分し，投資は減価償却と新規資本蓄積に割り当てる貯蓄率一定のモデルである。最終生産物は，消費にも投資にも使えることから，資本財にも消費財にも使える「小麦をまいて小麦を得るが，食べることにも次期の生産の種籾にも使える」ようなものである。

ソローモデルでは，人口成長率や技術進歩などを入れて拡張することもできるが，ここでは簡単に，それらは考えないことにする。また，最終生産物の生産関数はコブ・ダグラス型とする。

最終生産物　$$Y = F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{1}$$

消費，投資　$$Y = C + I \tag{2}$$

資本蓄積　$$\dot{K} = I - \delta K \tag{3}$$

生産物市場の均衡条件　$$I = sY \tag{4}$$

ここで，Y：最終生産物，K：資本，L：労働，I：投資，C：消費，δ：減価償却率，s：貯蓄率で，α，δ，s は定数のパラメーターで $0 < \alpha, \delta, s < 1$ とする。なお，変数は本来，時刻 t の関数で，$\dot{K}$ の上の点は時間微分を表している。たとえば⑶式は，$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t)$ であるが，表記の簡潔さのため省略している。

一人当たりの変数に置き直してみよう。一人当たりの変数を小文字で表すことにする。

つまり

$$y := \frac{Y}{L}, k := \frac{K}{L}, c := \frac{C}{L}, i := \frac{I}{L}$$ とおく。

このとき(1)式は，$F(K,L)$ が一次同次であることから

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{F(K,L)}{L} = F\left(\frac{K}{L},1\right) = F(k,1)$$

となるが，これを $f(k)$ とおく。

$$y = f(k) = F(k,1) = k^{\alpha}$$ となる。

(2)(3)式より，

$$y = f(k) = c + \dot{k} + \delta k \quad (5)$$

となる。

このとき，資本の限界生産性は

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = F_K(K,L) = F_K\left(\frac{K}{L},1\right) = F_K\left(k,1\right) = f'(k)$$

となる。

(3)式は以下となる。

$$\dot{k} = \left(\frac{K}{L}\right)' = \frac{\dot{K}}{L} = \frac{I - \delta K}{L} = \frac{sY - \delta K}{L} = sf(k) - \delta k$$

定常状態での資本量を求める。定常状態では $\dot{k} = 0$ であることから，$sf(k) = \delta k$ となり，したがって

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{6}$$

が得られる。

定常状態での消費量 c^* は(5)式で $\dot{k} = 0$ として

$$c^* = f(k^*) - \delta k^*$$

となる。

定常状態での消費量 c^* は，資本量 k^* に依存しているが，その資本量 k^* は(6)式より，貯蓄率 s に依存している。

この消費量 c^* が最大になる貯蓄率 s では，$\dfrac{\partial c^*}{\partial s} = 0$ が成り立たなければならない。この消費量最大の定常状態での変数をgoldをつけて表すことにする。

$\dfrac{\partial c^*}{\partial s} = 0$ から

$\dfrac{\partial c^*}{\partial k^*} = f'(k^{*,gold}) - \delta = 0$ したがって $f'(k^{*,gold}) = \delta$

この関係を，資本蓄積の黄金律という。

価格体系

最終生産物の価格を P，資本レンタルを R，名目賃金率を w とする。（これも時刻 t の関数である。）企業の利潤を π とおくと

$$\pi = pY - RK - wL \tag{7}$$

利潤最大化の１階条件は

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = p\frac{\partial Y}{\partial K} - R = 0 \Leftrightarrow R = p\frac{\partial Y}{\partial K} = pf'(k) \tag{8}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = p\frac{\partial Y}{\partial L} - w = 0 \Leftrightarrow w = p\frac{\partial Y}{\partial L} \Leftrightarrow w = py - pf'(k)k \qquad (9)$$

となる。このとき，生産関数が一次同次であることから利潤πは0となり，(7)式から

$$\frac{R}{w}K + L = \frac{p}{w}Y \qquad (10)$$

が得られる。

$\frac{p}{w}$は，最終生産物1単位で雇用できる労働量であり，最終生産物1単位の支配労働量である。

$\frac{R}{w}$は，資本1単位のレンタルで雇用できる労働量であり，資本1単位のレンタルの支配労働量である。

価値体系

最終生産物1単位の価値をvとする。ソローモデルでは，最終生産物は資本蓄積にも消費にも使えるため，資本財，消費財1単位の価値も同じくvとなる。

(1)式で，資本Kと労働Lを投入して，最終生産物Yを得ているが，資本財の価値は，減価償却分だけ最終生産物に移転するので[ii)]

$$v\delta K + L = vY \qquad (11)$$

これを解くと価値と，価値の逆数が求まる。

$$v = \frac{L}{Y - \delta K}, \frac{1}{v} = \frac{Y - \delta K}{L} (= y - \delta k = c + \dot{k}) \qquad (12)$$

---

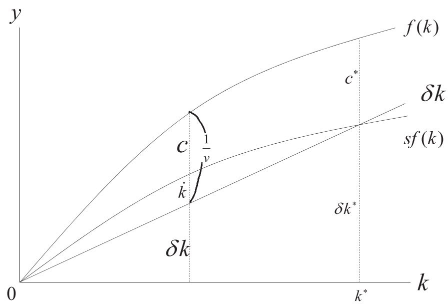
ii) 資本Kと労働Lを投入して，減価した資本$K - \delta K$と最終生産物Yを結合的に生産したと考えて $vK + L = v(K - \delta K) + vY$ としても同じ式になる。

価値よりは，価値の逆数の方が，経済学的意味が理解しやすい。価値の逆数は，最終生産物から減価償却だけ控除したもの，あるいは同じことだが，消費と新規資本以外の部分である。

図示

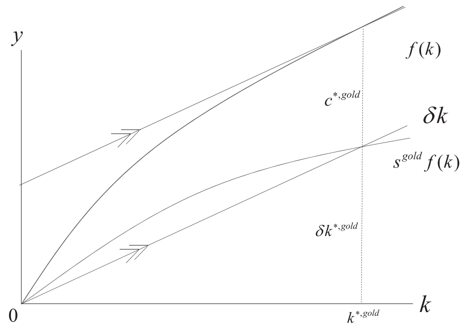
前節までの式から，以下のように図示できることがわかる。

図1



特に資本蓄積の黄金律が成り立つときは，以下の図になる。

図2



価値と価格

さて，価値と価格が一致するとき，つまり労働価値説が完全に成立するときはどのようなときであろうか？それは，(10)式と(11)式が一致するときである。

$$\begin{cases} \dfrac{R}{w} = v\delta \\ \dfrac{p}{w} = v \end{cases}$$

上式は，資本１単位のレンタルの支配労働量が，減価償却の価値に等しいことを意味し，下式は，最終生産物１単位の支配労働量が，最終生産物１単位の価値に等しいことを意味している。本モデルは１財モデルなので，厳密な言い方ではないが，上式は資本財の価格が価値に等しい式であり，下式は消費財の価値と価格が等しい式とも見て取れる。[iii)]

支配労働量と投下労働量が等しいとき，つまり最終生産物１単位で雇用できる労働量が，最終生産物１単位を生産するのに直接間接に必要な労働量と一致するとき，価値と価格が一致することは経済学的意味が自然で既知の結果であるが[iv)]，ここでもそれが成り立っていることが分かる。

さて，この２式から $R = p\delta$ であることが価値と価格が一致するための必要十分条件である。(8)から，$R = pf'(k)$ なので，

$$f'(k) = \delta$$

のとき，労働価値説が完全に成立する。これは，資本蓄積の黄金律が成り立つ定常状態のときに成立している。つまり，ソローモデルにおける資本蓄積の黄金律は，労働価値説が成立する状態であることがわかった。

結語

金江[2013]第 10 章では，ラムゼーモデルにおいて，時間選好率 ρ が 0 に近いほど，定常状態で価値と価格との乖離が 0 に近づくことを示している。

iii）価格の単位はたとえば円で，価値の単位は労働量なので，そのままでは比較できないが，名目賃金率 w で割ることにより，左辺は労働量の単位になっているため，比較できることに注意。

iv）置塩信雄[2004]pp. 36−38 を参照。

ソローモデルはラムゼーモデルと異なり，時間選好率は出てこないが，もともとのRamsey［1928］のモデルは時間選好率がなく，むしろソローモデルに近いとも言える。資本蓄積の黄金律は，ラムゼーモデルの時間選好率ρを0とした状態“のようなもの”と思えば，価値と価格が一致していることは自然な結果である。

また，資本蓄積が停止する定常状態を，資本蓄積が第一義的でなくなった社会，すなわち社会主義と理解するならば，社会主義では労働価値説が完全に成り立ち，価値と価格との乖離がある状態からない状態に近づくことになる。

資本主義以前の単純商品生産社会ないし，スミスが想定した初期未開の資本主義では労働価値説が成り立ち，資本主義が発展するにつれ価値と価格とが乖離し，その乖離がまたなくなって社会主義に至るという弁証法的に捉えられることになる。

参考文献

石山健一［2016］「第3章ソロー成長モデル」國士舘大學政經論叢第28巻第3号，国士舘大学政経学会。

大西広［2020］『マルクス経済学 第3版』慶應義塾大学出版会。

置塩信雄［2004］『経済学と現代の諸問題―置塩信雄のメッセージ』大月書店。

金江亮［2013］『マルクス派最適成長論』京都大学学術出版会。

ロバート・M. ソロー，福岡正夫（訳）［2000］『成長理論 第2版』岩波書店。

R. J. バロー／X. サラ-イ-マーティン，大住圭介（訳）［2006］『内生的経済成長論Ⅰ［第2版］』九州大学出版会。

Hiroshi Onishi, Shunya Yoshii［2019］“A Proof of Labor Theory of Value Based on Marginalist Principle.” World Review of Political Economy volume 10, Issue 1.

Ramsey, Frank［1928］“A Mathematical Theory of Saving.” Economic Journal, 38, December, 543–559.

（かなえ・りょう／経済学部准教授／2022年11月8日受理）